MATHEMATIQUES
ET
ANTHROPOLOGIE DU GESTE

Professeur de mathématiques en collège et, plus spécialement en classes de $4^{ème}$, nous avons rencontré la difficulté d'initier les élèves de ces classes au raisonnement hypothético-déductif en géométrie. Comment amener une majorité d'élèves à savoir conduire correctement une démonstration; comment expliquer à un élève pourquoi une démonstration est juste ou ne l'est pas: voilà deux des principales difficultés pédagogiques que nous avions à résoudre.

L'objet de cette conférence est de montrer comment certaines des lois du style global des cultures traditionnelles, si bien mises en évidence et analysées par Marcel Jousse, dans son Anthropologie du Geste, nous ont aidé à mettre en place, auprès de nos élèves, une méthode de démonstration et une technique de mémorisation des théorèmes et axiomes.

MISE EN PLACE D'UNE METHODE DE DEMONSTRATION

Commençons par donner un exemple de démonstration, telle qu'on peut l'exiger d'un élève de $4^{ème}$. Nous analyserons ensuite la démarche intellectuelle qui sous-tend ce genre de travail.

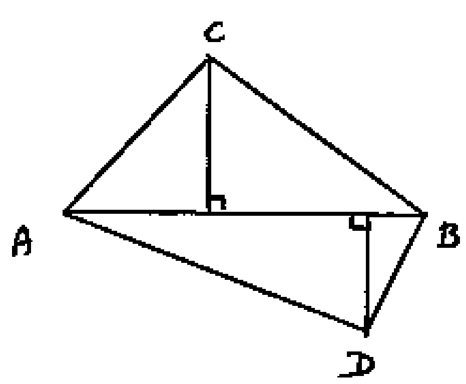
Un exemple de démonstration

ENONCE DU PROBLEME

ABC et ABD sont deux triangles quelconques. La droite (CE) est une des hauteurs du triangle ABC et la droite (DF) est une des hauteurs du triangle ABD. Démontrer que les droites (CE) et (DF) sont parallèles.

DEMONSTRATION

Figure



Hypothèses
ABC est un triangle quelconque
ABD est un triangle quelconque
(CE) est une hauteur du triangle ABC
(DF) est une hauteur du triangle ABD

Conclusion
(CE) et (DF) sont parallèles.

Raisonnement
Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite
alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
Or, les deux droites (CE) et (DF) sont perpendiculaires à la droite (AB)
donc (CE) et (DF) sont parallèles.

Analyse du raisonnement

Le raisonnement donné en exemple s'articule sur 4 mots: si… alors… or… donc… qui introduisent 4 propositions comportant, grammaticalement, un groupe-sujet, un groupe-verbal et un groupe-complément. Nous retrouvons là l'interaction joussienne: AGENT - ACTION - AGI. Mais nous constatons également que ces 4 propositions se répondent, en fait, par deux: [si… alors…] d'une part; [or… donc…] d'autre part. Nous avons là un parallélisme de deux propositions qui nous renvoie au parallélisme, si omniprésent dans les cultures de style global-oral et analysé par Marcel Jousse comme découlant du triple bilatéralisme du corps humain.

Ce parallélisme qui lie logiquement par deux ces quatre propositions du raisonnement, nous conduit à distinguer deux parties dans le raisonnement hypothético-déductif géométrique: la première partie, articulée par si… alors…., appelée **théorème**; la deuxième partie, articulée par or… donc…, qu'on pourrait appeler **application** du théorème.

Le passage du théorème à l'application est le passage du général au particulier, d'une loi universelle à sa mise en œuvre dans un cas particulier, ici, la figure résultant d'un énoncé précis.

Le théorème est une vérité générale, qui ne dépend pas de cas particuliers, mais résulte d'une axiomatique préalable. La vérité d'un théorème découle de cette axiomatique et cesse d'être dans une axiomatique différente. Si cette axiomatique procède de l'observation de la nature, sa vérité ne résulte pas pour autant de cette observation mais d'une décision arbitraire, d'un consensus qui fonde une géométrie. La géométrie d'Euclide repose, par exemple, sur un des axiomes suivants: *Par deux points distincts du plan passe une droite et une seule.* Refuser cet axiome et poser par exemple que par deux points distincts du plan passe plusieurs droites peut devenir l'axiome d'une autre géométrie qui peut être aussi cohérente que celle d'Euclide.

Le parallélisme du théorème nous amène, tout naturellement, à distinguer deux parties dans un théorème: la première partie, introduite par "si", nous l'appelons la **condition**; la seconde partie, introduite par "alors", nous l'appelons la **consécution**.

La deuxième partie du raisonnement que nous avons appelée **application** nous place, par contre, dans le cas particulier. On est en présence d'une figure géométrique précise dont on sait qu'elle possède telle et telle propriété parce qu'on nous l'a dit dans un énoncé et qu'on nous a demandé de la dessiner en conséquence. Ces propriétés, dont on sait qu'elles sont vraies parce qu'un énoncé nous les a fournies [1] et qu'elles nous ont permis de dessiner la figure, constituent des **hypothèses** [2].

Cette application consiste à répéter mot à mot le théorème, avec la différence que, cette fois, on nomme concrètement chaque objet mathématique de la figure, correspondant à l'objet mathématique théorique énoncé dans le théorème.

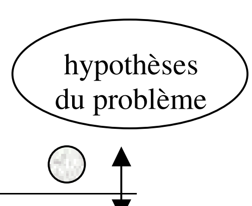
Le théorème et son application constitue ainsi un exemple typique de ce que Marcel Jousse appelle, dans le style oral, des **récitatifs parallèles** où jouent, à la fois, le parallélisme et la stéréotypie du formulisme qui invite à couler l'application dans le moule verbal fourni par le théorème.

La pensée géométrique nous apparaît donc être une pensée balancée. Ici, il y a d'abord un balancement du théorème avec ses deux propositions parallèles (si… alors…); il y a ensuite un balancement entre le "récitatif" du théorème et le "récitatif" de l'application qui va se trouver posséder, elle aussi, deux parties: la première, introduite par "or", que nous appelons **constatation**; la seconde, introduite par "donc", que nous appelons **conclusion**.

Mais ce balancement entre théorème et application que nous pourrions schématiser de la façon suivante:

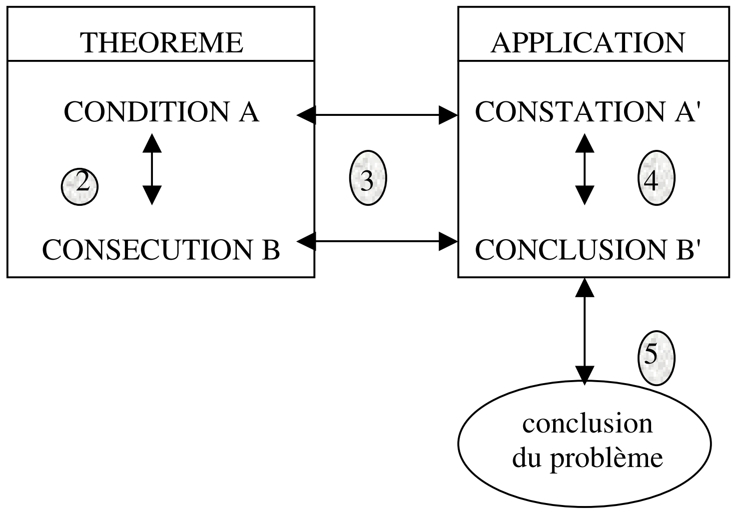
Si j'ai A
  alors j'ai B
Or j'ai A'
  donc j'ai B'

résulte, lui-même, d'un autre balancement plus subtil, entre les hypothèses de la figure et le théorème. C'est d'ailleurs la capacité à effectuer ce balancement qui fait la différence entre l'élève qui réussit à démontrer et celui qui ne démarre pas sa démonstration. Tant que l'élève ne bilatéralise pas les hypothèses de la figure avec la condition du théorème, ou bien il ne peut démarrer la démonstration, ou bien il part sur un mauvais théorème. Ces différents balancements qui permettent les rapprochements, nous pouvons les visualiser sur le schéma suivant (les doubles flèches indiquent le balancement de la pensée entre deux pôles):



[1] En géométrie, est vrai, non ce qu'on voit mais ce qu'on dit. Quand on sait qu'il en est de même dans les cultures orales, on ne peut s'empêcher, à nouveau, de faire le rapprochement entre oralité et géométrie.
[2] Bien noter qu'en mathématiques, une hypothèse n'est pas une supposition ou une conjecture, mais une certitude.

1



Cette analyse du raisonnement hypothético-déductif, avec les balancements de la pensée qu'il suppose, nous ne l'avons pas conduite pour nous seulement. Nous avons estimé qu'il était capital de la faire partager aux élèves, dans l'espoir d'améliorer leurs performances "démonstratives".

Au début de l'année, nous fournissons aux élèves des exemples de raisonnements, pas uniquement mathématiques d'ailleurs. Et là encore, nous mettons en œuvre la grande loi du balancement de la pensée, en leur fournissant, non seulement des exemples de raisonnements justes mais aussi des contre-exemples, constitués de raisonnements faux (cf. annexe I). Par comparaison des raisonnements justes entre eux et par opposition avec les raisonnements faux, nous dégageons ensemble les structures d'un raisonnement juste avec ses deux parties qui se balancent: théorème et application; avec le balancement des deux parties de chacune de ces deux parties: condition (si), consécution (alors), constatation (or), conclusion (donc).

Nous en dégageons également les erreurs les plus courantes de raisonnement: en ce qui concerne le raisonnement non mathématique, l'application qui s'appuie sur une fausse loi (ne peut être une loi toute affirmation générale où la condition n'entraîne pas la consécution, sans aucune exception); en ce qui concerne le raisonnement courant comme le raisonnement mathématique, quand il y a interversion de la constatation et de la conclusion (raisonnement du type: si j'ai A alors j'ai B, or j'ai B' alors j'ai A'); en ce qui concerne le raisonnement mathématique, si la condition ne s'appuie pas sur les hypothèses et/ou si la consécution ne correspond pas à la conclusion cherchée.

Méthodologie de la conduction de la démonstration

Afin de faciliter aux élèves la démonstration géométrique, nous posons à leur égard un certain nombre d'exigences.

D'abord la nécessité, après avoir dessiné la figure, de dégager clairement les hypothèses de l'énoncé, à raison d'une seule hypothèse par ligne. Nous exigeons également que la conclusion cherchée soit écrite.

Nous répétons sans cesse que les hypothèses, ce sont les affirmations contenues dans l'énoncé, qui me permettent de tracer la figure. Pour l'élève qui a des difficultés à dégager ces hypothèses, nous lui demandons de retracer mentalement la figure dans l'ordre qu'il a suivi et d'écrire, au fur et à mesure, les hypothèses correspondantes.

Nous demandons aux élèves, au début, de s'astreindre à respecter la démarche de raisonnement suivante: d'abord réciter le théorème puis de l'appliquer, en suivant mot à mot le texte du théorème mais en nommant, au fur et à mesure, les objets mathématiques de la figure qui y correspondent. Bien sûr, nous demandons qu'apparaissent toujours les mots-outils: si … alors… or… donc… Ce formulisme contraignant nous apparaît indispensable pour un mise en place efficace. Mais cette stéréotypie formulaire permet ensuite une liberté qui restera juste: d'emblée, les bons élèves la prennent en se permettant des variantes qui ne faussent pas le raisonnement; d'autres l'acquièrent à la longue. Mais il est vrai que d'autres ont longtemps du mal à entrer dans ce formulisme, moins à cause de la contrainte mais surtout à cause d'une certaine difficulté à nommer les objets de la figure.

Méthodologie de la critique du raisonnement

Ainsi que nous l'avons déjà signalé plus haut, les deux erreurs les plus fréquentes de raisonnement chez les élèves consistent soit à intervertir constatation et conclusion, lorsque le choix du théorème est le bon, soit à choisir un théorème qui ne correspond pas aux hypothèes fournies ou à la conclusion demandée.

Afin d'aider les élèves à choisir le bon théorème et, éventuellement à savoir critiquer leur choix, nous adoptons dans la copie du théorème, sur le cahier de l'élève, ce que Marcel Jousse appelle un rythmo-typographisme. Indispensable à ses yeux, pour la mise par écrit des récitations traditionnelles de style oral, afin de mieux faire visualiser au lecteur le balancement des propositions qui caractérise ce style, nous l'utilisons pour nos théorèmes de mathématiques.

Nous déconseillons aux élèves l'écriture-spaghetti des théorèmes, aussi bien dans le résumé du cahier que dans la rédaction du raisonnement. Chaque théorème est écrit avec la condition sur une seule ligne et la consécution sur une autre ligne. Pour mieux renforcer la division bipartite du théorème, aux yeux de l'élève, nous écrivons la consécution avec un alinéa et, dans le cas où ces théorèmes sont imprimés, nous écrivons la condition en caractères romains et la consécution en caractères italiques (cf. annexe II):

Si **deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite,**
alors ***ces deux droites sont parallèles entre elles.***

Pour choisir le bon théorème, il s'agit donc de prendre celui dont la condition coïncide avec les hypothèses du problème et dont la conclusion coïncide avec la conclusion cherchée.

Il faut reconnaître que cette démarche, les élèves ne la font pas spontanément. Mais elle est mise en œuvre systématiquement par le professeur, en classe, à chaque fois que, pour une démonstration donnée, les élèves proposent un ou plusieurs théorèmes erronés. L'élève fautif est invité à décomposer le théorème qu'il a choisi et à vérifier si la condition de ce théorème trouve un point d'appui dans les hypothèses et si la consécution du théorème aboutit bien à la conclusion cherchée. Il est alors facile de faire comprendre à l'élève et à toute la classe pourquoi le choix de ce théorème n'est pas le bon.

Même chose si l'élève, ayant choisi le bon théorème, commet l'erreur fréquente d'inverser, dans l'application, constatation et conclusion. En lui faisant vérifier le parallélisme que doit comporter l'application avec le théorème, on peut rétablir la bonne logique du raisonnement.

MISE EN PLACE D'UNE TECHNIQUE DE MEMORISATION

On aura pu le constater: dans notre démarche, tout raisonnement géométrique débute par la récitation d'un théorème.

Après m'être heurté pendant un certain temps à l'incapacité de la plupart des élèves à restituer, de mémoire, le moindre théorème, nous nous sommes décidés à mettre en œuvre les grandes lois du style oral, telles que Marcel Jousse les fait pratiquer dans la mémorisation et la transmission orales de récitations traditionnelles.

Au début de chaque cours de mathématiques, nous consacrons le temps qu'il faut à mémoriser un nouveau théorème et à répéter ceux déjà appris, selon un certain roulement. On ne peut, en effet, trop prolonger ce temps sinon les collègues des classes voisines ne manqueraient pas de faire remarquer que leur cours a été perturbé par le chant de nos élèves !

Le balancement corporel

Tous les peuples traditionnels, qui transportent de mémoire leurs innombrables récitations orales, se balancent. Pour Marcel Jousse, le balancement corporel est un des facteurs essentiels du montage de la mémoire et de son efficacité.

Au début du cours, alors que les élèves sont encore debout, nous leur demandons de se mettre dans les allées ou, au moins, à distance de leur bureau et de leur voisin et nous leur demandons de se balancer.

Cela consiste à mettre un pied devant l'autre et à porter, alternativement et en cadence, le poids du corps, d'un pied sur l'autre. Le pied qui porte le poids du corps est à plat sur le sol tandis que l'autre a le talon soulevé et la pointe du pied en contact avec le sol. A chaque va-et-vient du corps, on donne, avec le pied qui porte le poids du corps, un léger coup de talon au sol, pour marquer le rythme.

Cette frappe du talon va coïncider avec les syllabes intensives du texte rythmo-mélodié, lui impulsant ainsi un rythme proche de celui de la valse: 1-2-3, 1-2-3, etc.

La rythmo-mélodisation du texte

Nos théorèmes sont chantés ou plus exactement rythmo-mélodiés. Il s'agit d'un chant cadencé par la frappe alternative du talon sur le sol. Mais contrairement à d'autres expériences, comme celle des mathématiques en rap, élaborée par le collège de Romilly-sur-Andelle (Eure), par exemple, le texte que nous rythmo-mélodions est un texte rigoureusement mathématique et non pas une adaptation versifiée du genre:

Le carré de l'hypoténuse
Est égal, si je ne m'abuse,
A la somme des carrés
Des deux autres côtés.
Si ABC est un triangle rectangle en A,
Alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Les mathématiques, c'est diabolique, (bis)
Faut calculer et faut raisonner. (bis)

Pour nous, c'est la rythmo-mélodie qui est au service du texte mathématique et non pas le texte mathématique qui doit s'adapter à une mélodie, aux dépens de la rigueur mathématique.

Nous répartissons les théorèmes par cycles. En 4ème, nous avons, par exemple, le cycle du parallélisme et de la perpendicularité; le cycle du triangle rectangle (propriétés du cercle circonscrit, de la médiane relative à l'hypoténuse, relation de Pythagore, cosinus d'un angle), etc. Pour chaque cycle, nous avons une rythmo-mélodie particulière qui reviendra, formulairement, pour chaque théorème de ce cycle. Un changement de cycle entraîne un changement de rythmo-mélodie. Le formulisme est, en effet, un autre facteur important de la mémoire. Chaque nouveau théorème s'apprend d'autant mieux que la rythmo-mélodie est déjà préfixée dans la mémoire.

Dans chaque cycle, la rythmo-mélodie est également conçue pour permettre, même inconsciemment, de mieux distinguer la condition de la consécution. Au rythmo-typographisme visuel, dont nous avons parlé plus haut, nous ajoutons un élément sonore, résultant d'un balancement de la rythmo-mélodie entre la condition du théorème et sa consécution.

Le geste expressif

Au texte mathématique, au balancement corporel et à la rythmo-mélodisation de celui-ci, nous ajoutons un quatrième élément: le geste expressif, ainsi que le préconise la rythmo-pédagogie proposée par Marcel Jousse.

Nous avons vu que le théorème et son application sont constitués du balancement de deux propositions dont la structure grammaticale est simple: groupe sujet, groupe verbal, groupe complément. Marcel Jousse qui ne se place pas uniquement au niveau verbal, donc grammatical, mais toujours au niveau global, donc aussi corporel-manuel, préfère parler de "phase". Pour lui, l'expression humaine est interactionnelle mais globale. Si donc l'homme utilise un groupe de mots pour désigner l'agent, un groupe de mots pour désigner l'action et un groupe de mots pour désigner l'agi, il utilise, en même temps et de façon coordonnée, un geste corporel-manuel pour l'agent, un autre pour l'action et un autre pour l'agi.

C'est ce que nous faisons avec nos élèves. Les gestes, qui accompagnent la récitation rythmo-mélodique du théorème, dessinent la figure dans l'espace.

Chaque objet mathématique a son geste caractéristique: le droite est dessinée par l'index qui suit une ligne droite; le segment est dessiné par les deux index se touchant, puis se séparant d'une courte distance; le point est dessiné par une petite croix faite avec l'index, etc.

Chaque relation mathématique (le groupe verbal) a son geste caractéristique: "être parallèle à" se dessine avec les deux mains posées parallèlement l'une à côté de l'autre, les doigts dirigés vers le haut; "être perpendiculaire à" se dessine avec les deux mains en position d'équerre; "être égal à" se dessine avec les deux mains en position de plateaux d'une balance qui s'équilibrent; etc.

Les deux mots-outils du théorème sont également gestués: "si" par l'index de la main droite pointant vers le haut, main fermée face au public, "alors" par un geste de la main gauche vers la gauche, paume tournée vers le haut. Ces deux gestes visent également à mettre en relief le balancement des deux parties du théorème et à renforcer encore la conscience de l'élève sur l'existence de ces deux parties, conscience si importante pour conduire un raisonnement juste.

Il est évident que là encore le formulisme joue son rôle: le même objet mathématique ou la même relation mathématique est toujours dessiné(e) avec le même geste.

La vérification

Chaque théorème fait l'objet de plusieurs séances d'apprentissage collectif, selon la méthode en miroir et en écho, chère à Marcel Jousse. Le théorème est découpé en bouchées de souffle, c'est-à-dire en ce que la voix peut émettre comme nombre de syllabes dans une expiration. En règle générale, cette bouchée de souffle coïncide avec la condition ou avec la consécution. Le professeur rythmo-mélodie et gestue une fois la condition et les élèves répètent et refont cette condition. Le professeur répète cette condition 3 ou 4 fois en tout puis il procède de la même façon pour la consécution. Enfin l'ensemble du théorème est répété plusieurs fois afin d'assurer l'accrochage de la consécution à la condition.

Cette méthode requiert une grande attention de la part des élèves, en même temps qu'elle la développe. En effet, la synthèse des 4 éléments: texte, rythmo-mélodie, balancement corporel et gestes laissent peu de place à l'évasion de l'esprit. C'est un des moments du cours où les élèves sont les plus actifs et il est facile de repérer, du premier coup d'œil, l'élève qui ne s'investit pas.

Lorsque plusieurs séances ont été consacrées à l'apprenage du théorème, on passe à la vérification de l'acquisition. Chaque élève est alors sollicité pour redonner le théorème devant toute la classe. Chaque élève est donc contrôlé sur chaque théorème.

Au cours d'une année de 4ème, les élèves se trouveront avoir ainsi mémorisés une cinquantaine de théorèmes géométriques ou de définitions algébriques. En effet, la même méthode est utilisée pour mémoriser les règles algébriques qui sont au programme.

Cette vérification, une fois faite, ne signifie pas l'abandon de la mémorisation du théorème. Les théorèmes seront répétés toute l'année, suivant un roulement. Un autre élément essentiel de la mémorisation est aussi la remémoration fréquente.

CONCLUSION

Avec cette méthode, les élèves savent leurs théorèmes. Très vite, ils réalisent l'efficacité de cette méthode. Ils y prennent plaisir et en redemandent.

Des collègues me demandent souvent si des élèves de 4ème ne sont pas gênés de devoir chanter ou faire des gestes devant les autres. Nous pouvons témoigner qu'il n'en est rien et qu'ils prennent la chose très au sérieux. Tout juste quelques petits sourires en début d'année qui disparaissent vite lorsque les élèves expérimentent le bien fondé de cette méthode.

Même si nous n'avons pas fait de statistiques à ce sujet, nous pouvons témoigner que davantage d'élèves trouvent le bon théorème qu'autrefois. Ceci dit, nous n'avons pas encore trouvé le remède à l'inertie de certains élèves qui, tout en sachant le théorème, n'ont pas toujours le courage de se le réciter pour l'appliquer.

Reste le problème du balancement entre hypothèses de la figure et choix du théorème. Beaucoup d'élèves, ou ne trouvent pas la théorème ou ne choisissent pas le bon. Cela relève d'une autre démarche, sans doute celle du mimisme global de la figure que nous comptons mettre en œuvre progressivement.

14 juillet 2000.

EVALUATION DE LA RESTITUTION D'UNE REGLE MEMORISEE

Dans ce collège SANO, j'enseigne les mathématiques dans une classe de 5ème sur trois et dans les trois 4ème. En classe de cinquième, j'ai fait mémoriser, au cours de l'année scolaire 1999-2000, la règle de l'addition des nombres relatifs, en ces termes, avec la méthode rythmo-pédagogique de Marcel Jousse:

Pour additionner deux nombres de même signe,
on additionne les valeurs absolues (ou distances à zéro)
et on met le même signe que celui des nombres.

Pour additionner deux nombres de signes contraires,
on soustrait les valeurs absolues (ou distances à zéro)
et on met le signe de la plus grande valeur absolue.

L'année scolaire 2000-2001, je retrouve ces élèves en classes de 4ème, mélangés avec d'autres élèves, venant des 5ème que je n'ai pas eus l'année précédente ou venant d'un autre établissement.

En classe de 4ème Maurice Béjart, je demande aux élèves de mettre par écrit, sur leur cahier de mathématiques, la règle de l'addition des nombres relatifs, telle qu'il s'en souvienne.

Dans cette classe de 27 élèves, 16 n'étaient pas avec moi l'année précédente et 11 étaient avec moi.

Sur les 16 élèves qui n'étaient pas avec moi, seuls deux ont écrit une règle:

MV: *Si on additionne deux nombres relatifs d'un même signe, le résultat garde le même signe.*
Si on additionne deux nombres relatifs de signes différents, le résultat prend le signe du plus grand nombre relatif.

AB: *avec 2 signes + le résultat est +*
avec 2 signes - le résultat est -
avec 2 signes l'un + et l'autre - le résultat est que ça dépend du chiffre
si par ex + 4 - 5 = - 1.

On remarque que de la règle, ces deux élèves n'ont retenu que la façon de trouver le signe et pas la façon de trouver la valeur absolue du résultat. La première (MV), la meilleure élève de la classe, affirme même que le résultat prend le signe du plus grand nombre relatif, ce qui est une erreur. Elle n'a pas retenue la distinction entre "nombre relatif" et "valeur absolue".

Sur les 11 autres élèves qui étaient avec moi, l'année précédente, seuls deux, aussi, ont écrit une règle:

JB: *Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et on met le même signe que celui des nombres.*
Pour additionner deux nombres de signes contraires, on soustrait les valeurs absolues et on met le signe de la plus grande valeur absolue.

MB: *Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et on met le même signe que celui des nombres.*
Pour additionner deux nombres de signes contraires, on soustrait les valeurs absolues et on met le signe de la plus grande valeur absolue.

Si la proportion d'élèves qui sont capables de restituer la règle mémorisée est faible, on constate au moins que leur restitution est complète et exacte, contrairement aux deux autres élèves dont la restitution n'est qu'approximative, voire fausse.

En classe de 4ème Ella Fitzgerald, sur 27 élèves, 19 n'étaient pas avec moi, l'année précédente et 8 étaient avec moi. Cette fois-ci, je les avertis que j'ai l'intention de tester leur capacité à restituer une règle apprise l'année précédente et que cela servira à établir des statistiques. Je leur demande de prendre une feuille simple et de mettre par écrit la règle. Pendant la mise par écrit qui leur est demandée, je constate que l'un de ces élèves refait les gestes pour s'aider à écrire la règle.

Sur mes 8 anciens élèves, 6 ont écrit quelque chose:

PDS: *Si il y a le même signe, on additionne les valeurs absolues puis on met le signe.*
S'il n'y a pas le même signe, on prend le signe de la plus grande valeur absolue, puis on soustrait les valeurs absolues.

(non littéral mais exact)

DS: *Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et on met le signe de la plus grande valeur absolue.*
Pour additionner deux nombres de signes contraires, on soustrait les valeurs absolues.

(littéral dans sa formulation mais se trompe dans le signe du premier cas et oublie le signe dans le second cas)

SH(celui qui faisait les gestes):
Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et on met le signe de la plus grande valeur absolue.

(littéral dans sa formulation mais se trompe dans le signe du premier cas et n'a pas écrit la deuxième partie de la règle)

FM: *Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les mêmes nombres opposés et on met le même signe que celui des nombres.*
Pour additionner deux nombres de signes contraires, on soustrait les deux nombres opposés.

(littéral dans sa formulation sauf par l'ajout du mot "opposés" et par l'oubli de la règle du signe dans le second cas)

AP: *Pour additionner deux nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et on met le même signe que celui des autres.*
Pour additionner deux nombres de signes contraires, on soustrait les valeurs absolues et on met le même signe de la plus grande valeur absolue.

(littéral dans sa formulation sauf pour "celui des autres" et règle complète et exacte)

GCE: *Quand deux nombres s'additionnent et portent le signe + nous faisons une addition normale.*
Et quand ils ont le signe - ils sont inférieurs à 1.

(aucune littéralité et règle inexacte)

Sur les 19 élèves qui n'étaient pas avec moi, 14 ont écrit quelque chose:

YD: *Pour additionner deux nombres de même signe:*
on additionne les distances à zéro des deux nombres
on met au résultat le signe commun aux deux nombres.

Pour additionner deux nombres de signes contraires:
on soustrait la plus petite

(première partie de la règle complète et exacte; seconde partie, incomplète sur le signe à mettre)

JR: *La règle des nombres relatifs:*
si on additionne des nombres positifs, alors le résultat sera positif
si on additionne des nombres négatifs, alors le résultat sera négatif.

(il ne reste plus ici que la règle des signes dans l'unique cas où les deux nombres sont de même signe)

GT: *Si on additionne deux nombres relatifs, le résultat sera négatif.*

(règle incomplète et totalement inexacte)

CC: *Pour additionner des nombres de même signe, on additionne les valeurs absolues et les nombres relatifs négatifs ou positifs.*

AG: *Quand on additionne les nombres relatifs + et +, ça donne obligatoirement un nombre positif.*
Quand on additionne les nombres relatifs - et -, il faut additionner les deux nombres négatifs, ex: - 5 - 4 = - 9.

AR: *La règle pour additionner les nombres relatifs dépend du signe que nous avons, c'est-à-dire quand nous avons d'abord la multiplication et bien c'est la multiplication qui doit passer en premier. Et tout dépend aussi que nous avons car moins, moins égale plus.*

OS: *L'addition de deux nombres relatifs + ou - s'effectue en ajoutant les deux nombres.*

CD: *Si les deux nombres ont le signe +, on additionne les deux nombres entre eux.*
Si les deux nombres ont le signe -, on soustrait les deux nombres entre eux.

SDS: *Si on veut additionner des nombres relatifs, il faut prendre le signe du nombre le plus grand.*
Si on a deux signes identiques, on les additionne.
Si on a deux signes différents, on les soustrait.

MB: *Pour + 4 + 5 = + 9*
c'est comme si on additionnait des nombres normaux.
Pour - 4 - 5 = - 9
comme ce sont deux nombres négatifs, on les additionne ensemble et on ajoute le signe.
Pour + 4 - 5 = - 1

comme - 5 est plus grand on met le signe négatif sur 1.
Pour - 4 + 5 = + 1
comme + 5 est plus grand on met le signe positif devant 1.

S: *Pour additionner deux nombres de signes contraires, on prend sa valeur la plus absolue puis on additionne les nombres relatifs.*
Pour soustraire deux nombres de même signe, on ajoute tous les nombres relatifs.

AD: *On calcule les nombres positifs ensemble et les nombres négatifs ensemble puis on les soustrait et le plus grand chine (sic!) garde son signe.*

AMA: *Quand nous avons deux signes identiques (+ ou -), on additionne.*
Quand nous avons deux signes différents (+ et -), on soustrait.

MV: *Quand on résout l'opération et quand il y a doit + ou -, le résultat prendra le signe de l'opération.*

En conclusion, si les élèves qui ont mémorisé avec moi, ne restituent pas toujours la règle entière, ce qu'ils restituent restent exact (sauf une exception). En particulier, 4 sur 6 ont conservé la notion de "valeur absolue". Quant aux élèves qui n'ont pas mémorisé, à part le premier, tous les autres sont dans la plus grande approximation, voire dans l'aberration. En particulier, seuls 2 sur 14 ont conservé la notion de "valeur absolue" (ou de "distance à zéro").